الدرس 7-1

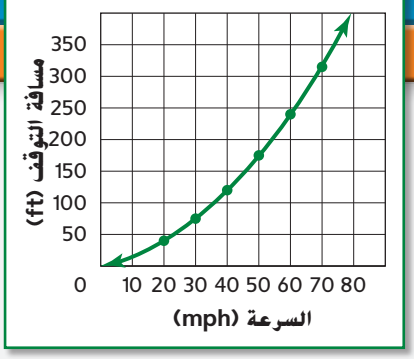
الدوال

السابق
- حللت المعادلات بعناصر من مجموعة الإحلال.

الحالي
1. تحديد ما إذا كانت العلاقة دالة.
2. إيجاد قيم الدالة.

لماذا؟
- المسافة التي تقطعها سيارة من لحظة الضغط على المكابح حتى التوقف الكامل للسيارة هي مسافة التوقف؛ وهذا يشمل الزمن الذي يستغرقه رد فعل السائق. كلما كانت سرعة السيارة أكبر، زادت مسافة التوقف. مسافة التوقف هي دالة لسرعة السيارة.

مسافة التوقف لسيارة الركاب



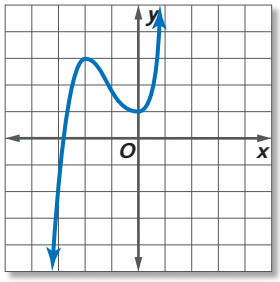
1 تحديد الدوال

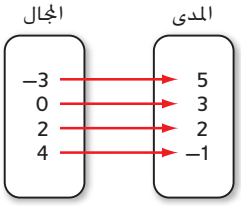
الدالة هي العلاقة بين المدخل والمُخرج. في الدالة، هناك مخرج واحد فقط لكل مدخل.

مفهوم أساسي الدالة

الشرح الدالة علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد *بالضبط* في المدى.

أمثلة

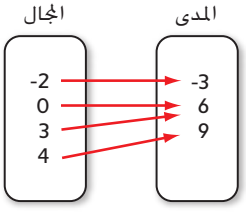




مثال 1 تحديد الدوال

حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة. اشرح.

a.



لكل عنصر في المجال، هناك عنصر واحد فقط في المدى. لهذا يمثل هذا المخطط دالة. لا يهم ما إذا كان أكثر من عنصر في المجال مقترنًا بعنصر واحد في المدى.

b.

المجال	1	3	5	1
المدى	4	2	4	−4

العنصر 1 في المجال مقترن بكل من 4 و−4 في المدى. لذلك عندما x تساوي 1، فهناك أكثر من قيمة محتملة لـ y. هذه العلاقة ليست دالة.

تمرين موجه

1. $\{(2, 1), (3, -2), (3, 1), (2, -2)\}$

مفردات جديدة

الدالة (function)
دالة متقطعة (discrete function)
دالة متصلة (continuous function)
اختبار المستقيم الرأسي (vertical line test)
تسمية الدالة (function notation)
دالة غير خطية (nonlinear function)

ممارسات رياضية
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يكون التمثيل البياني الذي يتألف من نقاط غير متصلة **دالة متقطعة**.
الدالة الممثلة بيانيًا بخط أو منحنى متدرج تكون **دالة متصلة**.

مثال 2 من الحياة اليومية تصميم التمثيلات البيانية

نحت الجليد في مسابقة لنحت الجليد، تم قياس ارتفاع كل نحت للتأكد من أنه في نطاق الارتفاع المحدد بين 0 و6 أقدام. كانت القياسات كالتالي: الفريق 1، 4 أقدام؛ الفريق 2، 4.5 قدم؛ الفريق 3، 3.2 قدم؛ الفريق 4، 5.1 أقدام؛ الفريق 5، 4.8 أقدام.

a. أنشئ جدولاً بالقيم يوضح العلاقة بين فريق نحت الجليد وارتفاع نحتهم.

رقم الفريق	1	2	3	4	5
الارتفاع (ft)	4	4.5	3.2	5.1	4.8

b. حدد مجال الدالة ومداها.

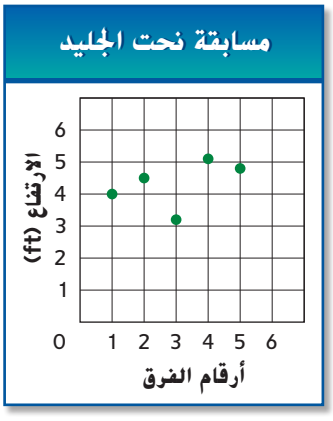
مجال الدالة هو {1, 2, 3, 4, 5} لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل. لا يتأثر بالارتفاعات.

مدى الدالة هو {4, 4.5, 3.2, 5.1, 4.8} لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. تعتمد هذه القيمة على رقم الفريق.

c. اكتب البيانات في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة. ثم مثّل البيانات بيانيًا.

استخدم الجدول. رقم الفريق هو المتغير المستقل وارتفاع النحت هو المتغير التابع. ولهذا فالأزواج المرتبة هي (1, 4) و(2, 4.5) و(3, 3.2) و(4, 5.1) و(5, 4.8).

بما أن أرقام الفرق وارتفاعات نحتهم لا يمكن أن تكون بين النقاط المذكورة، ينبغي ألا تكون النقاط متصلة.



d. حدد ما إذا كانت الدالة *متقطعة* أم *متصلة*. اشرح استنتاجك.

لأن النقاط غير متصلة، فالدالة متقطعة.

رابط من الحياة اليومية

فندق الجليد الموجود في دائرة القطب الشمالي في السويد، فندق مصنوع من الجليد. يعمل الجليد على عزل الفندق الذي على شكل كوخ إسكيمو بحيث لا تقل درجة الحرارة عن −8°C

المصدر: فندق الجليد

تمرين موجه

2. يتسع صندوق طعام الطيور لكمية تبلغ 3 أرباع من الحبوب. يزن صندوق الطعام 2.3 رطل عندما يكون فارغًا و13.4 رطلاً عندما يكون ممتلئًا.

A. أنشئ جدولاً يضم صندوق طعام طيور يحتوي على 0 و1 و2 و3 أرباع من الحبوب ويزن 2.3 و6 و9.7 و13.4 رطلاً على التوالي.

B. حدد مجال الدالة ومداها.

C. اكتب البيانات في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة. ثم مثّل البيانات بيانيًا.

D. حدد ما إذا كانت الدالة *متقطعة* أم *متصلة*. اشرح استنتاجك.

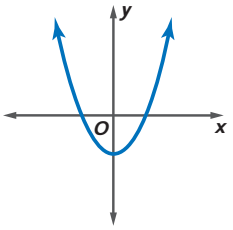
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

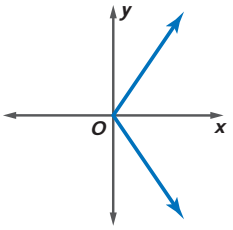
اختبار المستقيم الرأسي من طرق إجراء اختبار المستقيم الرأسي استخدام قلم رصاص. ضع قلمك الرصاص رأسيًا على التمثيل البياني وحرّكه من اليسار إلى اليمين. إذا مر القلم الرصاص فوق التمثيل البياني في مكان واحد فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

يمكنك استخدام **اختبار المستقيم الرأسي** لترى ما إذا كان التمثيل البياني يعبّر عن دالة. إذا تقاطع المستقيم الرأسي مع التمثيل البياني أكثر من مرة، فالتمثيل البياني ليس دالة. ما عدا ذلك، تكون العلاقة دالة.

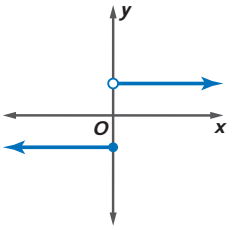
دالة



ليست دالة



دالة



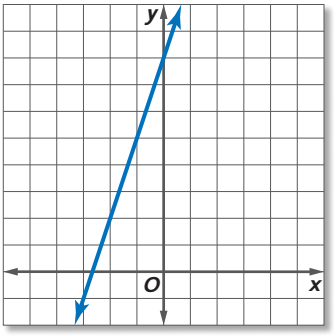
تَذَكر أن المعادلة تمثل علاقة. ويمكن أيضًا أن تُمثل المعادلات دوالاً. كل حل في المعادلة يتمثل في نقطة على تمثيل بياني. التمثيل البياني لمعادلة هو مجموعة حلولها بالكامل، والتي غالبًا ما تشكل منحنى أو خطًا.

مثال 3 المعادلات كدوال

حدد ما إذا كانت $-3x + y = 8$ دالة.

أنشئ أولاً جدولاً من القيم. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

x	-1	0	1	2
y	5	4.5	11	14



قم بتوصيل النقاط بتمثيل بياني متدرج لتمثيل كل حلول المعادلة. التمثيل البياني عبارة عن خط. لاستخدام اختبار المستقيم الرأسي، ضع قلمًا رصاصًا عند يسار التمثيل البياني ليعبّر عن المستقيم الرأسي. تحرك بالقلم الرصاص ببطء عبر التمثيل البياني.

لأية قيمة x، لا يمر المستقيم الرأسي على أكثر من نقطة واحدة في التمثيل البياني. إذًا، التمثيل البياني والمعادلة يمثلان دالة.

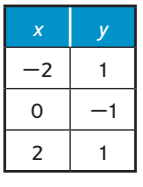
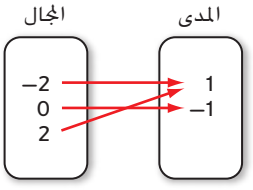
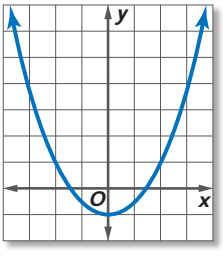
تمرين موجه **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.**

3A. $4x = 8$

3B. $4x = y + 8$

يمكن تمثيل الدالة بطرق مختلفة.

ملخص المفهوم تمثيلات دالة

جدول	مخطط	معادلة	تمثيل بياني
		$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

تسمية الدالة يُشار إلى الدوال بالرمز $f(x)$ هذا يُقرأ f لـ x. يمكن استخدام حروف أخرى مثل g أو h لتمثيل الدوال.

2 إيجاد قيم الدالة

يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوالاً بصيغة تُسمى **تسمية الدالة**. فكّر مثلاً في $y = 3x - 8$

المعادلة	تسمية الدالة
$y = 3x - 8$	$f(x) = 3x - 8$

في الدالة، x تمثل عناصر المجال، و$f(x)$ تمثل عناصر المدى. تمثيل $f(x)$ البياني هو التمثيل البياني للمعادلة $y = f(x)$ افترض أنك تريد أن تجد قيمة المدى المقابل للعنصر 5 في المجال. هذا يُكتب $f(5)$ ويُقرأ f لـ 5. يتم التوصل إلى القيمة $f(5)$ عن طريق استبدال x بالعدد 5 في المعادلة.

مثال 4 قيم الدالة

في الدالة $f(x) = -4x + 7$. أوجد قيمة كل مما يلي.

a. $f(2)$

$f(2) = -4(2) + 7$ — $x = 2$

$= -8 + 7$ — اضرب

$= -1$ — اجمع

b. $f(-3) + 1$

$f(-3) + 1 = [-4(-3) + 7] + 1$ — $x = -3$

$= 19 + 1$ — حوّل لأبسط صورة

$= 20$ — اجمع

تمرين موجه

في الدالة $f(x) = 2x - 3$. أوجد قيمة كل مما يلي.

4A. $f(1)$

4B. $6 - f(5)$

4C. $f(-2)$

4D. $f(-1) + f(2)$

الدالة التي تمثيلها البياني ليس خطًا مستقيمًا هي **دالة غير خطية**.

مثال 5 قيم الدالة غير الخطية

إذا كانت $h(t) = -16t^2 + 68t + 2$. فأوجد قيمة كل مما يلي.

a. $h(4)$

$h(4) = -16(4)^2 + 68(4) + 2$ — عوّض t بالعدد 4

$= -256 + 272 + 2$ — اضرب

$= 18$ — اجمع

b. $2[h(g)]$

$2[h(g)] = 2[-16(g)^2 + 68(g) + 2]$ — عوّض t بـ g

$= 2(-16g^2 + 68g + 2)$ — حوّل لأبسط صورة

$= -32g^2 + 136g + 4$ — خاصية التوزيع

تمرين موجه

إذا كانت $f(t) = 2t^3$. فأوجد قيمة كل مما يلي.

5A. $f(4)$

5B. $3[f(t)] + 2$

5C. $f(-5)$

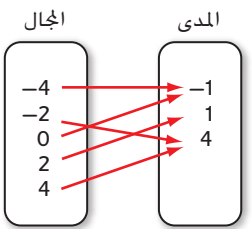
5D. $f(-3) - f(1)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

المثالان 1، 3 **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة. اشرح.**

1.



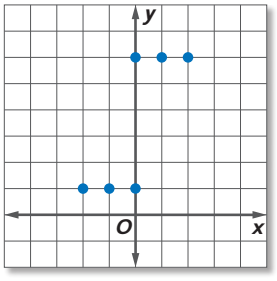
2.

المجال	المدى
2	6
5	7
6	9
6	10

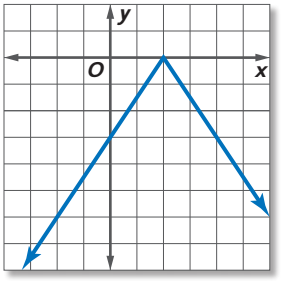
3. $\{(2, 2), (-1, 5), (5, 2), (2, -4)\}$

4. $y = \frac{1}{2}x - 6$

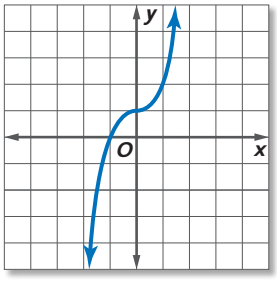
5.



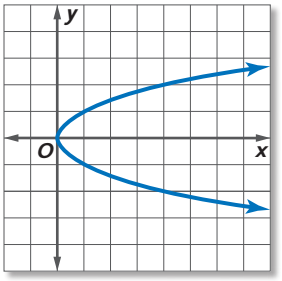
6.



7.



8.



مثال 2

9. **الالتحاق بالمدارس** يوضح الجدول إجمالي عدد الطلاب الملتحقين بالمدارس في مدارس الولايات المتحدة الحكومية.

العام الدراسي	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08
الالتحاق (بالآلاف)	48,560	48,710	48,948	49,091

المصدر: كتاب The World Almanac

a. اكتب مجموعة من الأزواج المرتبة التي تمثل البيانات الموجودة في الجدول إذا كانت x هي عدد سنوات الدراسة منذ 2004-2005.

b. ضع تمثيلاً بيانيًا يوضح العلاقة بين العام والالتحاق.

c. صف مجال البيانات ومداها.

10. **الاستنتاج** تكلفة إرسال صور الهاتف الخلوي يمثلها $y = 0.25x$. حيث x هي عدد الصور التي ترسلها وy هي التكلفة بالدرهم.

a. اكتب المعادلة بتسمية الدالة . فسّر الدالة من حيث السياق.

b. أوجد $f(5)$ و$f(12)$ ما الذي تمثله هذه القيم؟

c. حدد مجال هذه الدالة ومداها.

المثالان 4-5 **إذا كانت $f(x) = 6x + 7$ و$g(x) = x^2 - 4$. فأوجد قيمة كل مما يلي.**

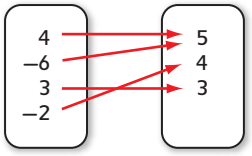
11. $f(-3)$
12. $f(m)$
13. $f(r - 2)$
14. $g(5)$
15. $g(a) + 9$
16. $g(-4t)$
17. $f(q + 1)$
18. $f(2) + g(2)$
19. $g(-b)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

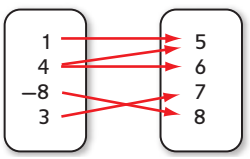
التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة. اشرح.**

20.



21.



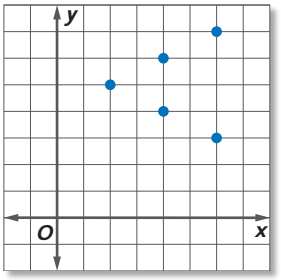
22.

المجال	المدى
4	6
−5	3
6	−3
−5	5

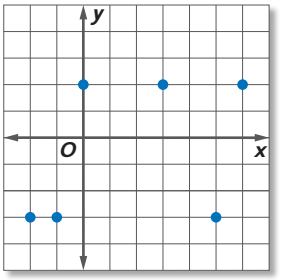
23.

المجال	المدى
−4	2
3	−5
4	2
9	−7
−3	−5

24.



25.



مثال 2 **26. الاستنتاج المنطقي** يوضح الجدول متوسط أسعار المنازل في الولايات المتحدة من عام 2007 إلى 2009.

العام	متوسط سعر المنزل (AED)
2007	234,300
2008	213,200
2009	212,200

a. اكتب مجموعة من الأزواج المرتبة التي تمثل البيانات في الجدول.

b. ضع رسمًا بيانيًا يوضح العلاقة بين العام والسعر.

c. ما مجال هذه البيانات ومداها؟

مثال 3 **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.**

27. $\{(5, -7), (6, -7), (-8, -1), (0, -1)\}$

28. $\{(4, 5), (3, -2), (-2, 5), (4, 7)\}$

29. $y = -8$

30. $x = 15$

31. $y = 3x - 2$

32. $y = 3x + 2y$

المثالان 4-5 **إذا كانت** $f(x) = -2x - 3$ **و** $g(x) = x^2 + 5x$. **فأوجد قيمة كل مما يلي.**

33. $f(-1)$

34. $f(6)$

35. $g(2)$

36. $g(-3)$

37. $g(-2) + 2$

38. $f(0) - 7$

39. $f(4y)$

40. $g(-6m)$

41. $f(c - 5)$

42. $f(r + 2)$

43. $5[f(d)]$

44. $3[g(n)]$

45 التعليم يمكن تمثيل متوسط درجات اختبار الرياضيات الوطني $f(t)$ لمن تبلغ أعمارهم 17 عامًا في شكل دالة لدرجات اختبار العلوم الوطني t باستخدام $f(t) = 0.8t + 72$

a. مثّل هذه الدالة بيانيًا. فسّر الدالة من حيث السياق.

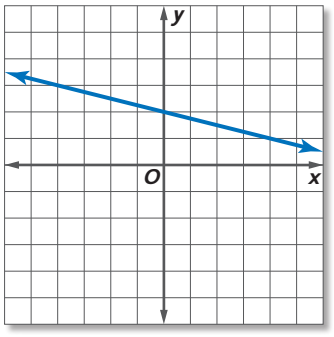
b. ما درجة العلوم التي تقابل درجة الرياضيات 308؟

c. ما مجال هذه الدالة ومداها؟

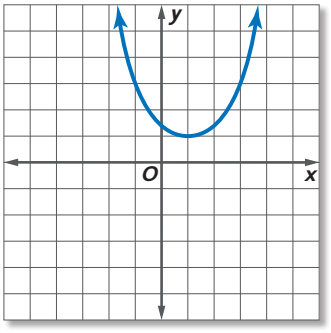
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.

46.



47



48. **مجالسة الأطفال** تكسب داليا 7.50 AED في الساعة مقابل رعاية الأطفال.

a. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل المال الذي ستكسبه داليا إذا عملت h ساعات.

b. اختر خمس قيم لعدد الساعات التي تستطيع داليا عملها. أنشئ جدولاً يحتوي على h ومقدار المال الذي ستكسبه في ذلك الزمن.

c. استخدم القيم في جدولك لإنشاء تمثيل بياني.

d. هل من المنطقي توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم السلب.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مجموعة من ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. اختر عرضًا آخر يمثل هذه الدالة.

50. **الاستنتاج** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(0, 1), (3, 2), (3, -5), (5, 4)\}$ علاقة بين x وy. مثّل مجموعة الأزواج المرتبة بيانيًا. حدد ما إذا كانت العلاقة دالة. اشرح.

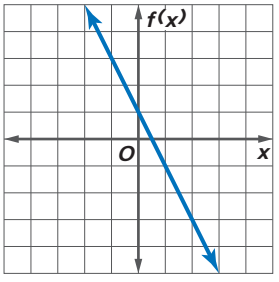
51. **مسألة تحفيزية** اعتبر أن $f(x) = -4.3x - 2$ اكتب $f(g + 3.5)$ وحولها لأبسط صورة عن طريق تجميع الحدود المتشابهة.

52. **كتابة سؤال** وضعت إحدى الزميلات في الصف تمثيلاً بيانيًا للأزواج المرتبة واستخدمت اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كانت دالة. اكتب سؤالاً لتساعدها على تحديد ما إذا كان يمكن اتباع الإستراتيجية نفسها مع مخطط.

53. **المثابرة** إذا كانت $f(3b - 1) = 9b - 1$. فأوجد تعبيرًا محتملًا للدالة $f(x)$

54. **تحليل الخطأ** يعتقد علي أن $f(x)$ و$g(x)$ تمثيلان لنفس الدالة. تختلف ميسون معه. من على حق؟ اشرح استنتاجك.

x	$g(x)$
−1	1
0	−1
1	−3
2	−5
3	7−

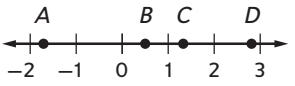


55. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة؟

McGraw-Hill Education مؤسسة لمحفوظة لمحفوظة © والتأليف الطبع حقوق

تمرين على الاختبار المعياري

56. أي نقطة على خط الأعداد تمثل عددًا تربيعه أصغر منه؟



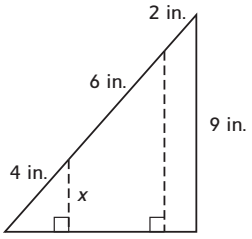
A A
B B
C C
D D

57. حدد أيًا من العلاقات التالية دالة.

F $\{(-3, 2), (4, 1), (-3, 5)\}$
G $\{(2, -1), (4, -1), (2, 6)\}$
H $\{(-3, -4), (-3, 6), (8, -2)\}$
J $\{(5, -1), (3, -2), (-2, -2)\}$

58. علم الهندسة ما قيمة x؟

A 3 in
B 4 in
C 5 in
D 6 in



59. إجابة قصيرة نجحت كريمة في 16 من 19 إرسال لها في مباراتها الأولى في الكرة الطائرة. نجحت في 13 من 16 إرسالاً لها في مباراتها الثانية. في أي مباراة حققت نسبة مئوية أكبر من إرسالاتها؟

مراجعة شاملة

أوجد حل كل من المعادلات التالية. (الدرس 1-5)

60. $x = \dfrac{27 + 3}{10}$

61. $m = \dfrac{3^2 + 4}{7 - 5}$

62. $z = 32 + 4(-3)$

63. الأدوات المدرسية يوضح الجدول أسعار بعض الأدوات التي يحتاجها تامر. إذا كان يحتاج 4 لاصقات صمغ و10 أقلام رصاص و4 دفاتر، فاكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتحديد التكلفة التي سيدفعها تامر. (الدروس 1-4)

أسعار الأدوات المدرسية	
لاصقات صمغ	1.99 AED
قلم رصاص	0.25 AED
دفتر	1.85 AED

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري. (الدرس 1-1)

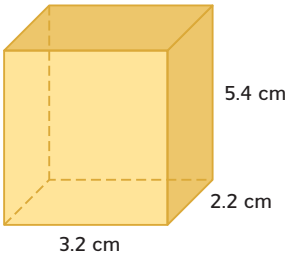
64. $4y + 2$

65. $\dfrac{2}{3}x$

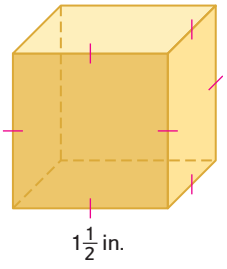
66. $a^2b + 5$

أوجدحجم كل منشور مستطيل مما يلي. (الدرس 9-0)

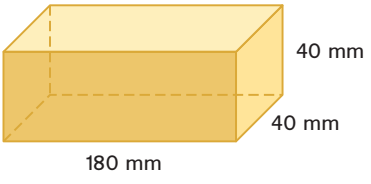
67.



68.



69.



مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

70. إذا كانت $x = 3$، فإن $6x - 5 =$ ؟

71. إذا كانت $n = -1$، فإن $2n + 1 =$ ؟

72. إذا كانت $p = 4$، فإن $3p + 4 =$ ؟

73. إذا كانت $q = 7$، فإن $7q - 9 =$ ؟

74. إذا كانت $k = -11$، فإن $4k + 6 =$ ؟

75. إذا كانت $y = 10$، فإن $8y - 15 =$ ؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education